

TD DE PHYSIQUE1 (Electrostatique) (Série 3)

Exercice 1

Dans l'espace, de repère orthonormé (O, x, y, z) , on place une charge $q > 0$ au point A de coordonnées $(0, 0, 2R)$ et une charge $(-q/2)$ au point B de coordonnées $(0, 0, R/2)$.

Trouver l'équation, en coordonnées cartésiennes, de la surface équipotentielle $V = 0$ du système formé par les deux charges ; préciser sa nature.

Exercice 2

Un disque mince de rayon R porte une distribution de charge $-\sigma$ (σ est une constante positive). Déterminer :

- 1- L'expression électrique en un point situé sur l'axe de révolution du disque
- 2- Le potentiel électrique en ce point
- 3- Vérifier la relation : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$

Exercice 3

Une charge positive q est placée au point M d'abscisse $x > 0$ d'un axe $x'ox$, de vecteur unitaire \vec{e}_x

Deux charges $-6q$ et $2q$ sont fixées respectivement aux points d'abscisses $(-a)$ et 0 ($a > 0$) de l'axe $x'ox$.

- 1- Calculer l'énergie potentielle électrostatique $E_p(x)$ de la charge q
- 2- Exprimer en fonction de a et q l'énergie potentielle minimale.
- 3- Déterminer l'énergie mutuelle W_m du système des trois charges $(-6q, +2q$ et $q)$ étudié.
- 4- Déterminer la force électrostatique qui agit sur la charge q .

Exercice 4

On a un fil rectiligne infini chargé uniformément avec la densité de charge $\lambda = 0,4 \mu\text{C}/\text{m}$

Calculer la différence de potentiel entre les points 1 et 2 si le point 2 est placé à une distance deux fois supérieure à la distance du point 1 au fil

Exercice 5

Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique créé en un point quelconque par distribution volumique de charge de densité ρ uniforme, limitée par une surface cylindrique de rayon a et infinie dans la direction de son axe.

Représenter les variations du champ. Ce champ présente-t-il une discontinuité aux frontières

Exercice 6

Deux surfaces cylindriques métalliques infinies et coaxiales de rayon a et b portent respectivement les charges $-\lambda$ et $+\lambda$ par unité de longueur. Calculer le champ électrostatique créé en un point quelconque M .

Exercice 7

Une distribution volumique comprise entre les sphères de centre O et de rayon a et b a pour densité volumique ρ :

$$\rho = 0 \quad \text{si } r < b \text{ et si } r > a$$

$$\rho = \rho(r) \quad \text{si } b < r < a$$

1- Calculer le champ et le potentiel

2- Cas particulier ρ est constante si $b < r < a$. Tracer les courbes $E(r)$ et $V(r)$.

3- En déduire le champ et le potentiel d'une sphère de rayon a uniformément chargée.

Exercice 8

Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique créé en un point quelconque par une sphère de centre O et de rayon R portant une densité surfacique σ constante. Représenter les variations du champ. Conclure

Exercice 9

Soit un champ uniforme \vec{E}_0 créant en un point O un potentiel V_0 . En O , on place un dipôle de moment dipolaire \vec{p} parallèle à \vec{E}_0 et de même sens.

1- Calculer le potentiel créé en un point M à une grande distance.

2- En déduire qu'il existe une équipotentielle sphérique dont on déterminera le rayon.

3- Calculer le champ en M .

Serie 3 ES

Ex 2:

$$1) \vec{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \vec{e}_z$$

si on utilise l'axe de révolution et l'axe Oz

$$\Rightarrow OM = z$$

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \vec{e}_z$$

$$2) dV = ?$$



$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 PM}$$

$$= \frac{-\sigma dA}{4\pi\epsilon_0 PM}$$

$$= \frac{-\sigma dA}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + r^2}}$$

$$dV = \frac{-\sigma r dr d\theta}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + r^2}}$$

donc

$$V = \iint \frac{-\sigma r dr d\theta}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + r^2}}$$

$$= \frac{-\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

$$= \frac{-\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi \left[\sqrt{z^2 + r^2} \right]_0^R$$

$$= \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{z^2 + R^2} - z \right)$$

3) D'après donc les règles d'invariances puisque la distribution de charges ne dépend pas de ϕ le champ et le pot E et V ne dépendent pas de ϕ

V est en Cm^2 - il reste que l dépendance vis-à-vis de z

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dz} \vec{e}_z$$

$$\vec{E} = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \vec{e}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$$

\Rightarrow relation vérifiée

Ex 3:

1) $E_p = q \cdot V(M)$

$$V(M) = V_A + V_B$$

$$= \frac{-6q}{4\pi\epsilon_0(x+a)} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$$

Donc

$$E_p = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x+a} \right)$$

$$= \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{a-2x}{x(x+a)} \right)$$

2) $\frac{dE_p}{dx} = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-1}{x^2} + \frac{3}{(x+a)^2} \right)$

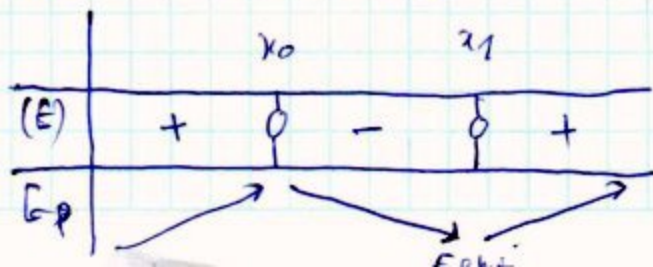
$$\frac{dE_p}{dx} = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{1}{x^2} = \frac{3}{(x+a)^2}$$

$$(\Rightarrow) 3x^2 = x^2 + 2xa + a^2$$

$$(\Rightarrow) x = \frac{a}{2} (1 \pm \sqrt{3})$$

On a $x > 0$

Donc $x = \frac{a}{2} (1 + \sqrt{3})$



$$E_{\text{Pmin}} = E_P(x=x_1)$$

Pour

$$E_{\text{Pmin}} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a(1+\sqrt{3})} - \frac{3}{\frac{a}{2}(1+\sqrt{3}) + a} \right)$$

$$= \frac{-q^2}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{2\sqrt{3}}{a(1+\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} \right)$$

$$3) E_m = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3)$$

$$E_m = \frac{1}{2} \left(\frac{-6q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2a}{a} + \frac{q}{x+a} \right) + \frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{6q}{a} + \frac{q}{x} \right) + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{6q}{x+a} + \frac{2q}{x} \right) \right)$$

Après développement on a :

$$E_m = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x+a} - \frac{6}{a} \right)$$

4)

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_x - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{e}_y - \frac{\partial V}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$= -\frac{dV}{dx} \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow \vec{F} = -q \frac{dV}{dx} \vec{e}_x$$

$$= -\frac{dE_P}{dx} \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow \vec{F} =$$

(A retrouver le résultat en utilisant le cal. direct de \vec{F})

Serie 3 (ES)

Exercice 5

On distingue 2 régions :

1) - $M \in \text{l'ext de } (S)$

2) - $M \in \text{l'int de } (S)$

1^{er} cas :

\rightarrow raisonnant que l'ex(L)

\Rightarrow Surf de Gauss Σ

Cylindre de rayon ($r > a$)

et de long arbitraire L

$$\Rightarrow \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E S_L(\Sigma) \\ = E(r) \cdot 2\pi r L$$

$Q_{\text{int}}(\Sigma) = ?$

$$\text{on a } Q_{\text{int}} = \iiint \rho \cdot dV$$

$$= \rho \iiint dV$$

$$= \rho \iiint r dr d\phi dz$$

$$= \rho \int_0^a r dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^L dz$$

$$= \rho \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_0^a \left[\phi \right]_0^{2\pi} \left[z \right]_0^L$$

$$= \rho \frac{1}{2} a^2 2\pi L$$

$$= \rho a^2 \pi L$$

$$E(r) \cdot 2\pi r L = \frac{\rho a^2 \pi L}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho a^2 \pi L}{\epsilon_0 2\pi r L} = \frac{\rho a^2}{\epsilon_0 2r} \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r} \vec{a}_r$$



2^{ème} Cas:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = E(r) 2\pi r L$$

$$Q_{int} = \rho \iiint dV$$

$$= \rho \int_0^r r dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^L dz$$

$$= \rho \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_0^r \left[\phi \right]_0^{2\pi} \left[z \right]_0^L$$

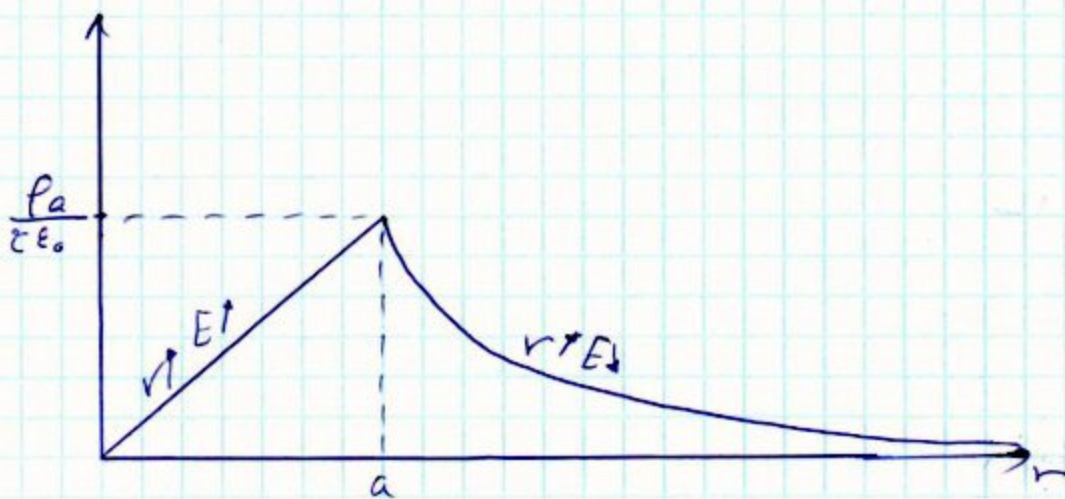
$$= \rho \frac{1}{2} r^2 2\pi L$$

$$= \rho \pi r^2 L$$

D'après th Gauss

$$E(r) 2\pi r L = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \vec{e}_r$$



Exercice 6.

Ici, on va distinguer 3 régions:

1^{er} cas: M à l'ext

2^{ème} cas: M entre les 2 cylindres

$$a < r < b$$

3^{ème} cas: M est à l'ext d'un cylindre de rayon

3^{ème} cas:

~~2^{ème} cas~~

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) 2\pi r L$$

$Q_{int(\Sigma)} = 0$ (pas de charge à l'int de cylindre)

$$\Rightarrow E(r) = 0$$

2^{ème} cas:

$$Q_{int(\Sigma)} = -\lambda L$$

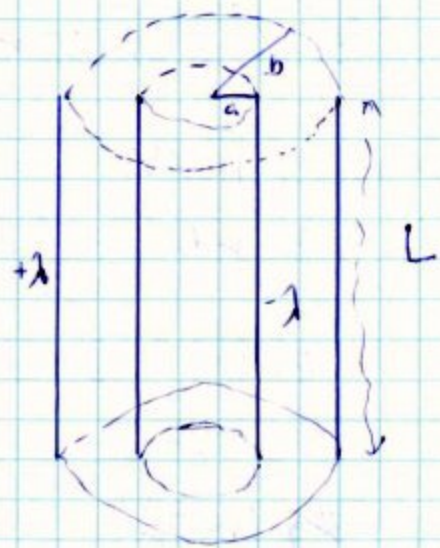
1^{er} cas:

$$Q_{int} = Q(-\lambda) + Q(+\lambda)$$

$$= -\lambda L + \lambda L$$

$$= 0$$

$$\Rightarrow E(r) = 0$$



Exercice 9:

Rappel:



$$r \gg a$$

$$\vec{p} = q \cdot \vec{AB}$$

$$(-,+) \equiv \vec{p}$$



$$V(M) = V_1 + V_2$$

V_1 : Pot. créé par le dipôle au point M

$$\Rightarrow V_1 = \frac{p \cos \alpha}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

V_2 : potentiel à partir duquel dérive \vec{E}_0 .

$$V = V_0(M)$$

$$\text{On a } \vec{E} = -\text{grad} V$$

$$\Leftrightarrow E_0 \cdot \vec{e}_x = \frac{dV}{dx} \vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow V = -\int E_0 dx$$

$$V(x) = V_0 = E_0 \cdot 0 = 0 + c_1 = c_1$$

$$\text{donc } c_1 = V_0$$

$$\text{donc } V = -E_0 x + V_0$$

$$V_2 = V(M) = -E_0 x_M + V_0 = -E_0 r \cos \alpha + V_0$$

Autrement

$$\int_{V_0}^V dV = \int_0^{x_M} E_0 dx$$

$$V_0 \neq V_2 = E_0 [x_M = 0] = E_0 r \cos \alpha$$

$$\Rightarrow V_{\text{Pot}}(M) = V_0 - E_0 r \cos \alpha + \frac{p \cos \alpha}{4\pi \epsilon_0 r^2} = V_0 + \cos \alpha \left(-E_0 r + \frac{p}{4\pi \epsilon_0 r^2} \right)$$

2- ~~V~~ Pour avoir une équipotentielle sphérique il faut avoir V indépendante de θ alors qu'on doit avoir

$$-E_{\theta} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} = 0$$

$$E_{\theta}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 E_{\theta}} \right)^{1/3}$$

~~DETERMINER~~ C'est le rayon de la surface équipotentielle dont le pot est V_0

$$3) \vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}} V$$

$$= -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_{\theta} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{e}_{\varphi}$$

V ne dépende de $\varphi \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$

$$\vec{E}(M) = E_r \vec{e}_r + E_{\theta} \vec{e}_{\theta}$$

$$E_r = \frac{\partial V}{\partial r} = \cos \theta \left(E_0 + \frac{2\pi}{4\pi\epsilon_0 r^3} \right)$$

$$E_{\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\pi \sin \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} - E_0 \sin \theta$$



ETU UP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Economie
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Diapo
Corrigés
Algèbre
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..